

Jedna logika vládne všem?

aneb Proč hledat alternativy ke klasické logice

Igor Sedlár

Ústav informatiky AV ČR



Akademie věd
České republiky

Katedra filozofie FF UPOL

14. listopadu 2018

Co je (klasická) logika?

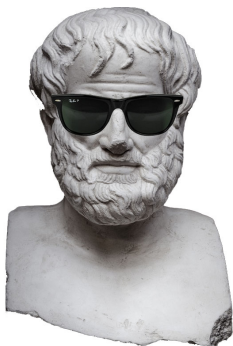
Slovník spisovného jazyka českého

logika, -y ž. (z řec.)

- 1** *věda o zákonech správného myšlení*: formální l.; – dialektická l. věda o pochopení základních kategorií světa a myšlení z hlediska dialektického materialismu
- 2** *zákonité vyplývání následující věci z věci předcházející; logičnost, zákonitost*: l. dějin, vývoje
- 3** *praktické používání zákonů správného myšlení (i bez jejich teoretické znalosti)*: vnitřní l. argumentace; mít špatnou l-u; iron. ženská l. způsob myšlení typický pro ženy
- 4** *název prvního ročníku někdejší filosofie (ve význ. 5)*: chodil do l-y (Jir.); – logický v. t.

<http://ssjc.ujc.cas.cz/>

Aristotelova sylogistika



Schémata platných argumentů, např.:

Všechna A jsou B

Všechna B jsou C

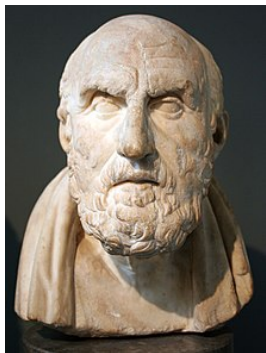
Všechna A jsou C

Všechna A jsou B

Některá C nejsou B

Některá C nejsou A

Stoická logika výroků



Schémata platných argumentů, např.:

Jestliže A , pak B

A

B

A nebo B

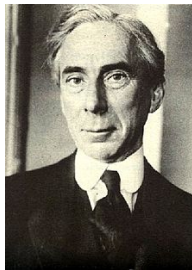
Ne A

B

Frege, Russell a moderní logika



Přesné vymezení vlastností „logických slov“ a z nich odvozená schémata platných argumentů.



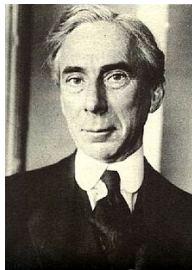
Frege, Russell a moderní logika



Přesné vymezení vlastností „logických slov“ a z nich odvozená schémata platných argumentů.

Příklad

- „ A nebo B “ je pravda jen když A je pravda nebo B je pravda
- „Ne A “ je pravda jen když A není pravda.



Frege, Russell a moderní logika



Přesné vymezení vlastností „logických slov“ a z nich odvozená schémata platných argumentů.

Příklad

- „ A nebo B “ je pravda jen když A je pravda nebo B je pravda
- „Ne A “ je pravda jen když A není pravda.

Pak „ A nebo B “ a „Ne A “ jsou obě pravda jen když B je pravda.

Klasická výroková logika: Metodologické předpoklady

(Estenzionalita)

Výrokové spojky vyjadřují operace na pravdivostních hodnotách výroků

(Dvouhodnotovost)

Každý výrok je buďto pravdivý nebo nepravdivý.

Klasická výroková logika: Sémantické vymezení spojek

A	B	$\text{Ne } A$	$A \text{ a } B$	$A \text{ nebo } B$	Jestliže A , pak B
P	P	N	P	P	P
P	N	N	N	P	N
N	P	P	N	P	P
N	N	P	N	N	P

Dvouhodnotovost bez extenzionality:

Modální logika

Paradoxy materiální implikace

Jestli A , pak B :

	P	N
P	P	N
N	P	P

B

Jestli A , pak B

Ne A

Jestli A , pak B

Paradoxy materiální implikace

Jestli A , pak B :

	P	N
P	P	N
N	P	P

B

Jestli A , pak B

Ne A

Jestli A , pak B

Příklad

- Dnes je středa. Tudíž, jestli D. Trump včera snídal omeletu, pak je dnes středa.
- Venku neprší. Tudíž, jestli venku prší, pak se D. Trump s radostí plazí po trávniku.

Striktní implikace



C. I. Lewis

Pravdivostní hodnota výroku „Jestliže A , pak B “ nezávisí jen od toho, jestli jsou výroky A , B (aktuálně) pravdivé či nepravdivé.

Striktní implikace



C. I. Lewis

Pravdivostní hodnota výroku „Jestliže A , pak B “ nezávisí jen od toho, jestli jsou výroky A , B (aktuálně) pravdivé či nepravdivé.

Podstatné je, jestli B může být nepravdivý za předpokladu, že A je pravdivý.

Striktní implikace



C. I. Lewis

Pravdivostní hodnota výroku „Jestliže A , pak B “ nezávisí jen od toho, jestli jsou výroky A , B (aktuálně) pravdivé či nepravdivé.

Podstatné je, jestli B může být nepravdivý za předpokladu, že A je pravdivý.

„Jestli A , pak B “ jako „Není možné, že A a ne B “.

Striktní implikace



C. I. Lewis

Pravdivostní hodnota výroku „Jestliže A , pak B “ nezávisí jen od toho, jestli jsou výroky A , B (aktuálně) pravdivé či nepravdivé.

Podstatné je, jestli B může být nepravdivý za předpokladu, že A je pravdivý.

„Jestli A , pak B “ jako „Není možné, že A a ne B “.

Modální výrazy jako „je možné, že ...“ a „je nutné, že ...“ jsou logicky relevantní, ale **nevyjadřují operace na pravdivostních hodnotách**.

Striktní implikace



C. I. Lewis

Pravdivostní hodnota výroku „Jestliže A , pak B “ nezávisí jen od toho, jestli jsou výroky A , B (aktuálně) pravdivé či nepravdivé.

Podstatné je, jestli B může být nepravdivý za předpokladu, že A je pravdivý.

„Jestli A , pak B “ jako „Není možné, že A a ne B “.

Modální výrazy jako „je možné, že ...“ a „je nutné, že ...“ jsou logicky relevantní, ale **nevyjadřují operace na pravdivostních hodnotách**.

„Je možné, že $1+1=3$ “

„Je možné, že prezidentem je Drahoš“

Modální logika

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>A</i> nebo <i>B</i>	Jestli <i>A</i> , pak <i>B</i>	Jestli <i>A</i> , pak (<i>A</i> nebo <i>B</i>)
P	P	P		
P	N	P		
N	P	P		
N	N	N		

Modální logika

A	B	A nebo B	Jestli A , pak B	Jestli A , pak (A nebo B)
P	P	P	N	
P	N	P	N	
N	P	P	N	
N	N	N	N	

Modální logika

A	B	A nebo B	Jestli A , pak B	Jestli A , pak (A nebo B)
P	P	P	N	P
P	N	P	N	P
N	P	P	N	P
N	N	N	N	P

Modální logika

A	B	A nebo B	Jestli A , pak B	Jestli A , pak (A nebo B)
P	P	P	N	P
P	N	P	N	P
N	P	P	N	P
N	N	N	N	P

- J. Garson: *Modal Logic for Philosophers*, Cambridge University Press, 2006.
- G. Hughes, M. Cresswell: *A New Introduction to Modal Logic*, Routledge, 1996.

Paradoxy striktní implikace a relevantní logiky

$\frac{\text{Je nutné, že } A}{\text{Jestli } B, \text{ pak } A}$

$\frac{\text{Je nemožné, že } A}{\text{Jestli } A, \text{ pak } B}$

Paradoxy striktní implikace a relevantní logiky



A. R. Anderson

$\frac{\text{Je nutné, že } A}{\text{Jestli } B, \text{ pak } A}$

$\frac{\text{Je nemožné, že } A}{\text{Jestli } A, \text{ pak } B}$

„Jestli A , pak B “ je pravdivá jen když
 A a B spolu souvisí, B je relevantní vzhledem k A .



N. D. Belnap

Paradoxy striktní implikace a relevantní logiky



A. R. Anderson



N. D. Belnap

$\frac{\text{Je nutné, že } A}{\text{Jestli } B, \text{ pak } A}$

$\frac{\text{Je nemožné, že } A}{\text{Jestli } A, \text{ pak } B}$

„Jestli A , pak B “ je pravdivá jen když
 A a B spolu souvisí, B je relevantní vzhledem k A .

Relevantní logiky zkoumají takovéto pojetí spojky
„Jestliže ..., pak ...“. (Jedno možné kritérium – A
a B sdílejí společný obsah.)

Paradoxy striktní implikace a relevantní logiky



A. R. Anderson

$\frac{\text{Je nutné, že } A}{\text{Jestli } B, \text{ pak } A}$

$\frac{\text{Je nemožné, že } A}{\text{Jestli } A, \text{ pak } B}$

„Jestli A , pak B “ je pravdivá jen když
 A a B spolu souvisí, B je relevantní vzhledem k A .

Relevantní logiky zkoumají takovéto pojetí spojky „Jestliže ..., pak ...“. (Jedno možné kritérium – A a B sdílejí společný obsah.)



N. D. Belnap

- E. Mares: *Relevant Logic: A Philosophical Interpretation*. Cambridge University Press, 2004.
- S. Read. *Relevant Logic*. Basil Blackwell, 1988.

Estenzionalita bez dvouhodnotovosti:

Vícehodnotové logiky

(DH) a výroky o budoucnosti

„Zítra dostanu chřipku“



Jan Łukasiewicz

- Jestli P nebo N, pak můžu dělat cokoliv, budoucnost neovlivním...

(DH) a výroky o budoucnosti



Jan Łukasiewicz

„Zítra dostanu chřipku“

- Jestli P nebo N, pak můžu dělat cokoliv, budoucnost neovlivním...
- (DH) je formou „logického nátlaku“, který „omezuje kreativitu“ a vůči kterému se „kreativní mysl bouří“. „Odvážný jednotlivec, vědom si své ceny, nechce být jenom článkem v řetězu příčin a následků, nýbrž chce sám ovlivňovat běh událostí“.

(DH) a výroky o budoucnosti



Jan Łukasiewicz

„Zítra dostanu chřipku“

- Jestli P nebo N, pak můžu dělat cokoliv, budoucnost neovlivním...
- (DH) je formou „logického nátlaku“, který „omezuje kreativitu“ a vůči kterému se „kreativní mysl bouří“. „Odvážný jednotlivec, vědom si své ceny, nechce být jenom článkem v řetězu příčin a následků, nýbrž chce sám ovlivňovat běh událostí“.
- „... vedle pravdivých a nepravdivých výroků existují výroky *možné* ... to dalo vzniknout systému *tříhodnotové logiky*“

(DH) a výroky o budoucnosti

„Zítra dostanu chřipku“



Jan Łukasiewicz

„... vedle pravdivých a nepravdivých výroků existují výroky *možné* ... to dalo vzniknout systému *tříhodnotové logiky*“

Ne A		A nebo B			
			P	M	N
P	N	P	P	P	P
M	M	M	P	M	M
N	P	N	P	M	N

Např. „ A nebo ne A “ není vždycky P !

(DH) a paradoxy

„Tato věta je nepravdivá“

- Jestli platí (DH), pak má stejnou pr. hodnotu jako „Ne L “

(DH) a paradoxy

„Tato věta je nepravdivá“

- Jestli platí (DH), pak má stejnou pr. hodnotu jako „Ne L “
- To ale není možné! Tudíž tuto a podobné věty je potřeba vypudit z jazyka!

(DH) a paradoxy



D. A. Bochvar

„Tato věta je nepravdivá“ je **nesmyslný** výrok – to je jeho pravdivostná hodnota!

(DH) a paradoxy



D. A. Bochvar

„Tato věta je nepravdivá“ je **nesmyslný** výrok – to je jeho pravdivostná hodnota!

Ne A		A nebo B			
			P	X	N
P	N	P	P	X	P
X	X	X	X	X	X
N	P	N	P	X	N

(DH) a paradoxy



G. Priest

„Tato věta je nepravdivá“ není nesmyslná, je
pravdivá a nepravdivá zároveň!

(DH) a paradoxy



G. Priest

„Tato věta je nepravdivá“ není nesmyslná, je
pravdivá a nepravdivá zároveň!

	<i>A nebo B</i>			<i>A a B</i>			<i>Ne A</i>
	P	PN	N	P	PN	N	
P	P	P	P	P	PN	N	N
PN	P	PN	PN	PN	PN	N	PN
N	P	PN	N	N	N	N	P

(DH) a paradoxy



G. Priest

Výroky jsou, P, N, nebo PN.

(DH) a paradoxy



G. Priest

Výroky jsou, P, N, nebo PN.

Tautologie Priestovy logiky jsou výroky, které jsou
vždycky P nebo PN.

(DH) a paradoxy



G. Priest

Výroky jsou, P, N, nebo PN.

Tautologie Priestovy logiky jsou výroky, které jsou **vždycky P nebo PN.**

Tautologie Priestovy logiky jsou *přesně* tautologie klasické výrokové logiky!

(DH) a paradoxy



G. Priest

Výroky jsou, P, N, nebo PN.

Tautologie Priestovy logiky jsou výroky, které jsou **vždycky P nebo PN.**

Tautologie Priestovy logiky jsou *přesně* tautologie klasické výrokové logiky!

Kdy se jedna logika *liší* od druhé? Co je to *logika*?

„Logika internetu“

Pravdivostní hodnota výroku

- objektivní

„Logika internetu“

Pravdivostní hodnota výroku

- objektivní
- s ohledem na dostupné informace



N. D. Belnap

Pravdivostní hodnota výroku

- objektivní
- s ohledem na dostupné informace

Čtyři možné hodnoty:

- Pravda
- Nepravda
- Pravda a Nepravda, **konfliktní informace**
- Ani jedno, **žádné informace**

Vícehodnotové logiky

- S. Gottwald: Many-valued logic. *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2015.
<https://plato.stanford.edu/entries/logic-manyvalued/>
- G. Priest: *From If to Is. An Introduction to Non-Classical Logic*. 2nd ed. Cambridge University Press, 2008.

Stupně pravdivosti

Paradox kupy (*Sorites*)

Jedno zrníčko písku není kupa.

Paradox kupy (*Sorites*)

Jedno zrníčko písku není kupa.

Jestli **jedno** zrníčko není kupa, pak ani **dvě** zrníčka nejsou kupa.

Paradox kupy (*Sorites*)

Jedno zrníčko písku není kupa.

Jestli **jedno** zrníčko není kupa, pak ani **dvě** zrníčka nejsou kupa.

Jestli **dvě** zrníčka nejsou kupa, pak ani **tři** zrníčka nejsou kupa.

Paradox kupy (*Sorites*)

Jedno zrníčko písku není kupa.

Jestli jedno zrníčko není kupa, pak ani dvě zrníčka nejsou kupa.

Jestli dvě zrníčka nejsou kupa, pak ani tři zrníčka nejsou kupa.

⋮

Tudíž 10^{12} zrníček písku není kupa!

Łukasiewiczova fuzzy logika



Jan Łukasiewicz

Výroky můžou mít libovolně mnoho pravdivostných hodnot, neboli **stupňů pravdivosti**.

Łukasiewiczova fuzzy logika



Jan Łukasiewicz

Výroky můžou mít libovolně mnoho pravdivostných hodnot, neboli **stupňů pravdivosti**.

Příklad

- „Je mladý“
- „Je tam zima“

Łukasiewiczova fuzzy logika

$SP = [0, 1]$ (nespočetně stupňů mezi P a N)



Jan Łukasiewicz

Łukasiewiczova fuzzy logika



Jan Łukasiewicz

$SP = [0, 1]$ (nespočetně stupňů mezi P a N)

- $SP(\text{„}A \text{ a } B\text{“})$ je menší ze $SP(A)$, $SP(B)$
- $SP(\text{„}A \text{ nebo } B\text{“})$ je větší ze $SP(A)$, $SP(B)$

Łukasiewiczova fuzzy logika



Jan Łukasiewicz

$SP = [0, 1]$ (nespočetně stupňů mezi P a N)

- $SP(„A \text{ a } B“)$ je menší ze $SP(A)$, $SP(B)$
- $SP(„A \text{ nebo } B“)$ je větší ze $SP(A)$, $SP(B)$
- $SP(„Ne A“)$ je $1 - SP(A)$

Łukasiewiczova fuzzy logika



Jan Łukasiewicz

$SP = [0, 1]$ (nespočetně stupňů mezi P a N)

- $SP(„A \text{ a } B“)$ je menší ze $SP(A)$, $SP(B)$
- $SP(„A \text{ nebo } B“)$ je větší ze $SP(A)$, $SP(B)$
- $SP(„Ne A“)$ je $1 - SP(A)$
- $SP(„Jestli A, pak B“)$ je
 - 1 jestli $SP(A)$ není větší než $SP(B)$

Łukasiewiczova fuzzy logika



Jan Łukasiewicz

$SP = [0, 1]$ (nespočetně stupňů mezi P a N)

- $SP(„A \text{ a } B“)$ je menší ze $SP(A)$, $SP(B)$
- $SP(„A \text{ nebo } B“)$ je větší ze $SP(A)$, $SP(B)$
- $SP(„Ne A“)$ je $1 - SP(A)$
- $SP(„Jestli A, pak B“)$ je
 - 1 jestli $SP(A)$ není větší než $SP(B)$
 - $(1 - SP(A)) + SP(B)$ v opačném případě

Łukasiewiczova fuzzy logika



Jan Łukasiewicz

$SP = [0, 1]$ (nespočetně stupňů mezi P a N)

- $SP(„A \text{ a } B“)$ je menší ze $SP(A)$, $SP(B)$
- $SP(„A \text{ nebo } B“)$ je větší ze $SP(A)$, $SP(B)$
- $SP(„Ne A“)$ je $1 - SP(A)$
- $SP(„Jestli A, pak B“)$ je
 - 1 jestli $SP(A)$ není větší než $SP(B)$
 - $(1 - SP(A)) + SP(B)$ v opačném případě

Z „A“ a „Jestli A, pak B“ plyne B!

Łukasiewiczova fuzzy logika



Jan Łukasiewicz

- Nechť A_n je „ n zrníček není kupa“ pro n mezi 1 a 10^{12} .

Łukasiewiczova fuzzy logika



Jan Łukasiewicz

- Nechť A_n je „ n zrníček není kupa“ pro n mezi 1 a 10^{12} .
- Nechť $SP(A_n)$ je $1 - ((n - 1) \cdot 10^{-12})$ (SP se s přibývajícimi zrnky nepatrně snižuje)

Łukasiewiczova fuzzy logika



Jan Łukasiewicz

- Nechť A_n je „ n zrníček není kupa“ pro n mezi 1 a 10^{12} .
- Nechť $SP(A_n)$ je $1 - ((n - 1) \cdot 10^{-12})$ (SP se s přibývajícimi zrnky nepatrně snižuje)
- Pak $SP(\text{„Jestli } A_n, \text{ pak } A_{n+1}\text{“})$ je $1 - 10^{-12}$, tedy hodně blízko P.

Łukasiewiczova fuzzy logika



Jan Łukasiewicz

- Nechť A_n je „ n zrníček není kupa“ pro n mezi 1 a 10^{12} .
- Nechť $SP(A_n)$ je $1 - ((n - 1) \cdot 10^{-12})$ (SP se s přibývajícimi zrnky nepatrně snižuje)
- Pak $SP(\text{„Jestli } A_n, \text{ pak } A_{n+1}\text{“})$ je $1 - 10^{-12}$, tedy hodně blízko P.
- $SP(\text{„}10^{12}\text{ zrníček není kupa“})$ je 0, tedy N.

Fuzzy logiky



Petr Hájek

- Existuje mnoho způsobů, jak se stupni pravdivosti „nakládat“, neboli jak je „skládat“.
- Existuje mnoho **fuzzy logik**.
- Fuzzy logika se rozvíjí jako disciplína na pomezí matematiky, informatiky a filozofie (v Praze P. Cintula, C. Noguera, Z. Haniková atd.)

Fuzzy logiky



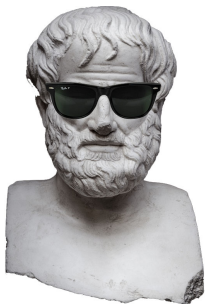
Petr Hájek

- Existuje mnoho způsobů, jak se stupni pravdivosti „nakládat“, neboli jak je „skládat“.
- Existuje mnoho **fuzzy logik**.
- Fuzzy logika se rozvíjí jako disciplína na pomezí matematiky, informatiky a filozofie (v Praze P. Cintula, C. Noguera, Z. Haniková atd.)

- P. Cintula, C. Fermüller, C. Noguera: Fuzzy logic. *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2017.
<https://plato.stanford.edu/entries/logic-fuzzy/>
- N. Smith: *Vagueness and Degrees of Truth*. Oxford University Press, 2008.

Neklasik Aristotelés

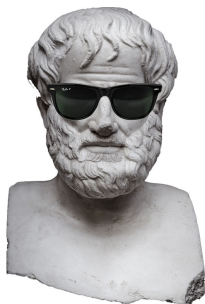
Aristotelovy dvě negace



„Tenhle stůl není moudrý“

„Tenhle stůl je nemoudrý“

Aristotelovy dvě negace

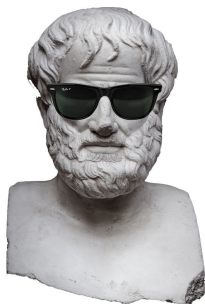


x je P

x není P

x je ne- P

Aristotelovy dvě negace



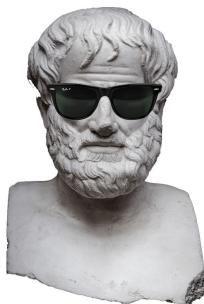
x je P

x není P

x je ne- P

„ x je P nebo x je ne- P “ není tautologie!

Aristotelovy dvě negace



x je P

x není P

x je ne- P

„ x je P nebo x je ne- P “ není tautologie!

I. Sedlár, K. Šebela: Term negation in first-order logic. Vyjde v *Logique et Analyse*, 2019.



Děkujeme za pozornost

